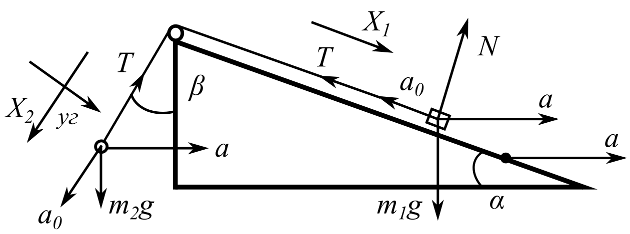
Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-05
Часть 1

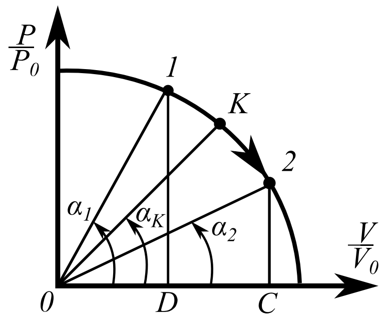


1. Заметим, что $\sin\alpha=\dfrac{5}{13}, \sin\beta=\dfrac{3}{5}$. Пусть a – ускорение клина, a_0 – ускорение бруска и шарика относительно клина, T – сила натяжения нити, N – сила давления клина на брусок, $m_1 = 13m$, $m_2 = m$ (см. рис.).

1) Ускорение шарика равно сумме переносного a и его относительного a_0 ускорений. Аналогично для бруска. Уравнение движения для шарика в проекциях на ось y_2: $mg\sin\beta = ma\cos\beta$. Отсюда $a = g\,\text{tg}\beta=\dfrac{3}{4}g$.

2) Уравнения движения для бруска в проекциях на ось x_1 и для шарика в проекциях на ось x_2: $13mg\sin\alpha - T = 13m\left(-a_0 + a\cos\alpha\right)$, $mg\cos\beta - T = m\left(a_0 - a\sin\beta\right)$. Отсюда с учетом выражения для a находим $a_0=\dfrac{g\left[1+13\left(\sin\beta\cos\alpha-\cos\beta\sin\alpha\right)\right]}{14\cos\beta}=\dfrac{3}{8}g$.

3) Для шарика относительно стола в проекциях на вертикальную ось $H=\dfrac{1}{2}\left(a_0\cos\beta+0\right)t^2$. Отсюда $t=\sqrt{\dfrac{2H}{a_0\cos\beta}}=\sqrt{\dfrac{20H}{3g}}$. Время можно найти и в системе отсчета, связанной с клином.



2. 1) Пусть радиус, проведенный в произвольную точку процесса 1-2, составляет угол α с горизонтальной осью. Найдем связь температуры в этой точке с углом α. Обозначим через r радиус дуги окружности. Тогда $PV=\nu RT$, $\dfrac{P}{P_0}=r\sin\alpha$, $\dfrac{V}{V_0}=r\cos\alpha$. Отсюда $T=\dfrac{P_0V_0r^2\sin2\alpha}{2\nu R}$. У нас $\alpha_1=60^0, \alpha_2=15^0$. $x=\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\sin2\alpha_1}{\sin2\alpha_2}=\sqrt{3}$.

2) Для элементарного процесса в процессе 1-2 $\Delta Q=\nu\dfrac{3}{2}R\Delta T+P\Delta V$. Теплоемкость равна нулю при $\Delta Q=0$. Выразим ΔQ через α и ΔT.

$P\Delta V=P_0r\sin\alpha\cdot\Delta V=P_0r\sin\alpha\cdot\left(-V_0r\sin\alpha\cdot\Delta\alpha\right)$. Выразим $\Delta\alpha$ через ΔT. Так как $T=\dfrac{P_0V_0r^2\sin2\alpha}{2\nu R}$, то

$\Delta T=\dfrac{P_0V_0r^2}{2\nu R}\cos2\alpha\cdot2\Delta\alpha$. Тогда $P\Delta V=-\nu R\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos2\alpha}\cdot\Delta T$.

$\Delta Q=\nu R\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos2\alpha}\right)\Delta T=\nu R\dfrac{3\cos^2\alpha-5\sin^2\alpha}{2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)}\Delta T$. $\Delta Q=0$ при $3\cos^2\alpha-5\sin^2\alpha=0$. Отсюда

$\text{tg}\alpha=\sqrt{\dfrac{3}{5}}$. Итак, теплоемкость равна нулю при $\text{tg}\alpha_K=\sqrt{\dfrac{3}{5}}$.

3) Работа в процессе расширения 1-2 $A_{12}=\Sigma P\Delta V=P_0V_0S_{12}$. Здесь S_{12} - «площадь» под дугой 1-2. $S_{12}=S_{012}+S_{02C}-S_{01D}$.

$$S_{12}=\pi r^2\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2\pi}+\frac{1}{2}r\cos\alpha_2\cdot r\sin\alpha_2-\frac{1}{2}r\cos\alpha_1\cdot r\sin\alpha_1=\frac{1}{4}r^2\left[2\left(\alpha_1-\alpha_2\right)+\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right].$$

$$A_{12}=\frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[2\left(\alpha_1-\alpha_2\right)+\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right]=\frac{1}{8}P_0V_0r^2\left[\pi+1-\sqrt{3}\right].$$

Изменение внутренней энергии $U_2-U_1=\nu C_V\left(T_2-T_1\right)=\dfrac{3}{4}P_0V_0r^2\left[\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right]=\dfrac{3}{8}P_0V_0r^2\left[1-\sqrt{3}\right]$.

$$\frac{A}{A_{12}}=\frac{Q_{12}+0}{A_{12}}=\frac{U_2-U_1+A_{12}}{A_{12}}=1+\frac{U_2-U_1}{A_{12}}=\frac{4-4\sqrt{3}+\pi}{1-\sqrt{3}+\pi}\approx0,09.$$

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-05
Часть 2

3. 1) До замыкания напряжение на C_2 равно $U_{02} = \dfrac{EC_1}{C_1 + C_2} = \dfrac{1}{3}E$. Тогда $I_L' = \dfrac{U_{02}}{L} = \dfrac{1}{3}\dfrac{E}{L}$.

2) После замыкания в установившемся режиме ток через катушку не идет, C_2 не заряжен. Работа источника $A = Q + \Delta W_C$. $A = E\left(C_1E - \dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}E\right) = \dfrac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Изменение энергии конденсаторов $\Delta W_C = \dfrac{1}{2}C_1E^2 - \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}E^2 = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Отсюда $Q = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2 = \dfrac{1}{6}CE^2$.

3) Пусть в некоторый момент после замыкания заряд левой обкладки у C_1 равен q_1, а заряд левой обкладки у C_2 равен q_2. Тогда $E - \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2} = 0$. За малое время Δt будет $\Delta\left(E - \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2}\right) = 0$.
$-\dfrac{\Delta q_1}{\Delta t C_1} + \dfrac{\Delta q_2}{\Delta t C_2} = 0$. $-\dfrac{I_1}{C_1} + \dfrac{I_2}{C_2} = 0$. $\dfrac{I_1}{C_1} = \dfrac{I_2}{C_2}$. У нас $\dfrac{I_1}{C} = \dfrac{I_2}{2C}, I_1 = I_0, I_2 = 2I_0$. Ток в катушке
$I = I_1 + I_2 = 3I_0$.

4. 1) ЭДС в рамке $E = BV_0d$, ток $I_0 = \dfrac{BV_0d}{R}$, сила $F_0 = BI_0d = \dfrac{B^2V_0d^2}{R}$, ускорение $a_0 = \dfrac{F_0}{m} = \dfrac{B^2V_0d^2}{mR}$.

2) В некоторый момент при движении правой стороны в поле $m\dfrac{\Delta V}{\Delta t} = -BId = -B\dfrac{BVd}{R}d$. Здесь V - скорость, ΔV - изменение скорости за малое время Δt. Отсюда $m\Delta V = -\dfrac{B^2d^2}{R}V\Delta t = -\dfrac{B^2d^2}{R}\Delta S$. Здесь ΔS - путь за Δt. Суммируем за время нахождения правой стороны в поле: $m\left(V_1 - V_0\right) = -\dfrac{B^2d^2}{R}H$.
Окончательно $V_1 = V_0 - \dfrac{B^2d^3}{3mR}$.

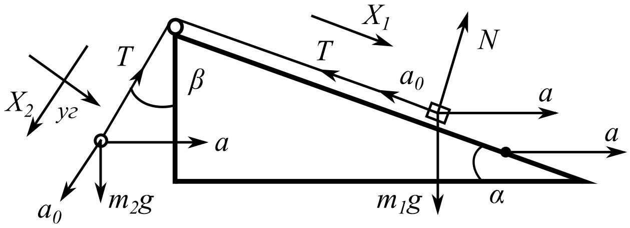
3) Когда левая и правая стороны рамки вне поля, скорость постоянна. После вхождения левой стороны в поле идет торможение аналогичное торможению правой стороны в поле:
$m\left(V_2 - V_1\right) = -\dfrac{B^2d^2}{R}H$. В итоге $V_2 = V_0 - \dfrac{2B^2d^2}{mR}H$, $V_2 = V_0 - \dfrac{2B^2d^3}{3mR}$.

5. 1) Обозначим $d_0 = 25$ см. $\dfrac{1}{\infty} + \dfrac{1}{-x} = D_1$, $\dfrac{1}{d_0} + \dfrac{1}{-x} = D_2$, $\dfrac{D_1}{D_2} = 2$. Отсюда x = 1/8 м = 12,5 см, для рассматривания удаленных предметов D_1= -8 дптр.

2) Обозначим $d_К$ = 50 см =0,5 м. $\dfrac{1}{d_K} + \dfrac{1}{-x} = D_3$. Для работы на компьютере D_3= -6 дптр.

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-06
Часть 1

1. Заметим, что $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}, \sin\beta = \dfrac{5}{13}$. Пусть a – ускорение клина, a_0 – ускорение бруска и шарика относительно клина, T – сила натяжения нити, N – сила давления клина на брусок, $m_1 = 2m$, $m_2 = m$ (см. рис.).

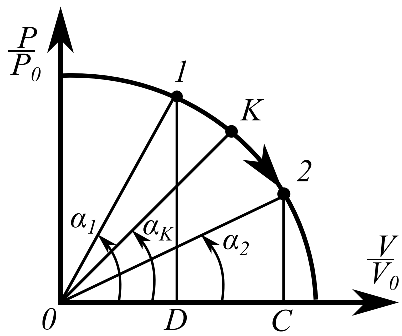


1) Ускорение шарика равно сумме переносного a и его относительного a_0 ускорений. Аналогично для бруска. Уравнение движения для шарика в проекциях на ось y_2: $mg\sin\beta = ma\cos\beta$. Отсюда $a = g\,\mathrm{tg}\beta = \dfrac{5}{12}g$.

2) Уравнения движения для бруска в проекциях на ось x_1 и для шарика в проекциях на ось x_2: $2mg\sin\alpha - T = 2m(-a_0 + a\cos\alpha)$, $mg\cos\beta - T = m(a_0 - a\sin\beta)$. Отсюда с учетом выражения для a находим $a_0 = \dfrac{g\left[1 + 2(\sin\beta\cos\alpha - \cos\beta\sin\alpha)\right]}{3\cos\beta} = \dfrac{11}{60}g$.

3) Для шарика относительно стола в проекциях на вертикальную ось $H = \dfrac{1}{2}(a_0\cos\beta + 0)t^2$. Отсюда $t = \sqrt{\dfrac{2H}{a_0\cos\beta}} = \sqrt{\dfrac{130H}{11g}}$. Время можно найти и в системе отсчета, связанной с клином.

2. 1) Пусть радиус, проведенный в произвольную точку процесса 1-2, составляет угол α с горизонтальной осью. Найдем связь температуры в этой точке с углом α. Обозначим через r радиус дуги окружности.



Тогда $PV = \nu RT$, $\dfrac{P}{P_0} = r\sin\alpha$, $\dfrac{V}{V_0} = r\cos\alpha$. Отсюда $T = \dfrac{P_0V_0r^2\sin 2\alpha}{2\nu R}$.

У нас $\alpha_1 = 67{,}5^0, \alpha_2 = 15^0$. $x = \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\sin 2\alpha_1}{\sin 2\alpha_2} = \sqrt{2}$.

2) Для элементарного процесса в процессе 1-2 $\Delta Q = \nu\dfrac{5}{2}R\Delta T + P\Delta V$.

Теплоемкость равна нулю при $\Delta Q = 0$. Выразим ΔQ через α и ΔT.

$P\Delta V = P_0 r\sin\alpha\cdot\Delta V = P_0 r\sin\alpha\cdot(-V_0 r\sin\alpha\cdot\Delta\alpha)$. Выразим $\Delta\alpha$ через ΔT. Так как $T = \dfrac{P_0V_0r^2\sin 2\alpha}{2\nu R}$, то

$\Delta T = \dfrac{P_0V_0r^2}{2\nu R}\cos 2\alpha\cdot 2\Delta\alpha$. Тогда $P\Delta V = -\nu R\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos 2\alpha}\cdot\Delta T$.

$\Delta Q = \nu R\left(\dfrac{5}{2} - \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos 2\alpha}\right)\Delta T = \nu R\dfrac{5\cos^2\alpha - 7\sin^2\alpha}{2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}\Delta T$. $\Delta Q = 0$ при $5\cos^2\alpha - 7\sin^2\alpha = 0$. Отсюда

$\mathrm{tg}\alpha = \sqrt{\dfrac{5}{7}}$. Итак, теплоемкость равна нулю при $\mathrm{tg}\alpha_K = \sqrt{\dfrac{5}{7}}$.

3) Работа в процессе расширения 1-2 $A_{12} = \Sigma P\Delta V = P_0V_0S_{12}$. Здесь S_{12} - «площадь» под дугой 1-2.
$S_{12} = S_{012} + S_{02C} - S_{01D}$.

$$S_{12} = \pi r^2\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2\pi} + \frac{1}{2}r\cos\alpha_2\cdot r\sin\alpha_2 - \frac{1}{2}r\cos\alpha_1\cdot r\sin\alpha_1 = \frac{1}{4}r^2\left[2(\alpha_1 - \alpha_2) + \sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1\right].$$

$$A_{12} = \frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[2(\alpha_1 - \alpha_2) + \sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1\right] = \frac{1}{8}P_0V_0r^2\left[\frac{7}{6}\pi + 1 - \sqrt{2}\right].$$

Изменение внутренней энергии $U_2 - U_1 = \nu C_V(T_2 - T_1) = \dfrac{5}{4}P_0V_0r^2\left[\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1\right] = \dfrac{5}{8}P_0V_0r^2\left[1 - \sqrt{2}\right]$.

$$\frac{A}{A_{12}} = \frac{Q_{12} + 0}{A_{12}} = \frac{U_2 - U_1 + A_{12}}{A_{12}} = 1 + \frac{U_2 - U_1}{A_{12}} = \frac{7\pi - 36\left(\sqrt{2} - 1\right)}{7\pi - 6\left(\sqrt{2} - 1\right)} \approx 0{,}36.$$

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-06
Часть 2

3. 1) До замыкания напряжение на C_2 равно $U_{02} = \dfrac{EC_1}{C_1 + C_2} = \dfrac{1}{4}E$. $LI'_L = U_{02}$. Тогда $I'_L = \dfrac{U_{02}}{L} = \dfrac{1}{4}\dfrac{E}{L}$.

2) После замыкания в установившемся режиме ток через катушку не идет, C_2 не заряжен. Работа источника $A = Q + \Delta W_C$. $A = E\left(C_1E - \dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}E\right) = \dfrac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Изменение энергии конденсаторов $\Delta W_C = \dfrac{1}{2}C_1E^2 - \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}E^2 = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Отсюда $Q = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2 = \dfrac{1}{8}CE^2$.

3) Пусть в некоторый момент после замыкания заряд левой обкладки у C_1 равен q_1, а заряд левой обкладки у C_2 равен q_2. Тогда $E - \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2} = 0$. За малое время Δt будет $\Delta\left(E - \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2}\right) = 0$.

$-\dfrac{\Delta q_1}{\Delta t C_1} + \dfrac{\Delta q_2}{\Delta t C_2} = 0$. $-\dfrac{I_1}{C_1} + \dfrac{I_2}{C_2} = 0$. $\dfrac{I_1}{C_1} = \dfrac{I_2}{C_2}$. У нас $\dfrac{I_1}{C} = \dfrac{I_2}{3C}, I_2 = I_0, I_1 = \dfrac{1}{3}I_0$. Ток в резисторе $I = I_1 + I_2 = \dfrac{4}{3}I_0$. Напряжение на резисторе $U_R = \dfrac{4}{3}I_0R$.

4. 1) ЭДС в рамке $E = BV_0d$, ток $I_0 = \dfrac{BV_0d}{R}$, сила $F_0 = BI_0d = \dfrac{B^2V_0d^2}{R}$, ускорение $a_0 = \dfrac{F_0}{m} = \dfrac{B^2V_0d^2}{mR}$.

2) Рамка тормозится пока правая сторона в поле, а левая вне поля. Когда вся рамка движется в поле, ее скорость постоянна. При торможении $m\dfrac{\Delta V}{\Delta t} = -BId = -B\dfrac{BVd}{R}d$. Здесь V -скорость, ΔV - изменение скорости за малое время Δt. Отсюда $m\Delta V = -\dfrac{B^2d^2}{R}V\Delta t = -\dfrac{B^2d^2}{R}\Delta S$. Здесь ΔS - путь за Δt.

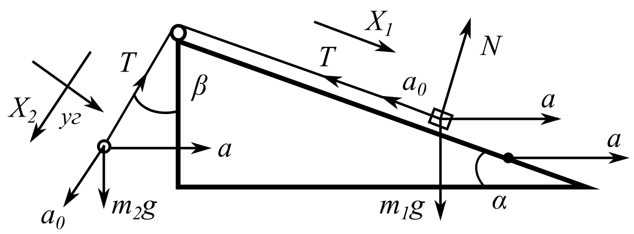
Суммируем за время торможения: $m(V_1 - V_0) = -\dfrac{B^2d^2}{R}b$. Окончательно $V_1 = V_0 - \dfrac{B^2d^3}{4mR}$.

3) После выхода из поля правой стороны левая будет тормозиться так же, как и правая, когда находилась в поле: $m(V_2 - V_1) = -\dfrac{B^2d^2}{R}b$. В итоге $V_2 = V_0 - \dfrac{2B^2d^2}{mR}b$, $V_2 = V_0 - \dfrac{B^2d^3}{2mR}$.

5. 1) Обозначим $d_0 = 25$ см. $\dfrac{1}{\infty} + \dfrac{1}{-x} = D_1$, $\dfrac{1}{d_0} + \dfrac{1}{-x} = D_2$, $\dfrac{D_1}{D_2} = \dfrac{7}{3}$. Отсюда x = 1/7 м $\approx$ 14 см, для рассматривания удаленных предметов D_1= -7 дптр.

2) Обозначим d_K = 50 см =0,5 м. $\dfrac{1}{d_K} + \dfrac{1}{-x} = D_3$. Для работы на компьютере D_3= -5 дптр.

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-07
Часть 1

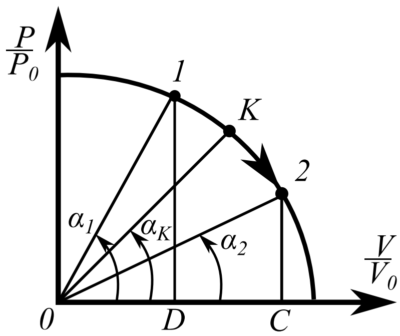


1. Заметим, что $\sin\alpha=\dfrac{12}{13}, \sin\beta=\dfrac{4}{5}$. Пусть a – ускорение клина, a_0 – ускорение бруска и шарика относительно клина, T – сила натяжения нити, N – сила давления клина на брусок, $m_1 = m/2$, $m_2 = m$ (см. рис.).

1) Ускорение шарика равно сумме переносного a и его относительного a_0 ускорений. Аналогично для бруска. Уравнение движения для шарика в проекциях на ось y_2: $mg\sin\beta = ma\cos\beta$. Отсюда $a = g\,\mathrm{tg}\beta=\dfrac{4}{3}g$.

2) Уравнения движения для бруска в проекциях на ось x_1 и для шарика в проекциях на ось x_2: $\dfrac{1}{2}mg\sin\alpha - T=\dfrac{1}{2}m\left(-a_0+a\cos\alpha\right),\ mg\cos\beta - T = m\left(a_0-a\sin\beta\right)$. Отсюда с учетом выражения для a находим $a_0=\dfrac{g\left[2+\left(\sin\beta\cos\alpha-\cos\beta\sin\alpha\right)\right]}{3\cos\beta}=\dfrac{38}{39}g$.

3) Для шарика относительно стола в проекциях на вертикальную ось $H=\dfrac{1}{2}\left(a_0\cos\beta+0\right)t^2$. Отсюда $t=\sqrt{\dfrac{2H}{a_0\cos\beta}}=\sqrt{\dfrac{65H}{19g}}$. Время можно найти и в системе отсчета, связанной с клином.



2. 1) Пусть радиус, проведенный в произвольную точку процесса 1-2, составляет угол α с горизонтальной осью. Найдем связь температуры в этой точке с углом α. Обозначим через r радиус дуги окружности. Тогда $PV=\nu RT,\ \dfrac{P}{P_0}=r\sin\alpha,\ \dfrac{V}{V_0}=r\cos\alpha$. Отсюда $T=\dfrac{P_0V_0r^2\sin2\alpha}{2\nu R}$. У нас $\alpha_1=60^0, \alpha_2=15^0$. $x=\dfrac{T_1-T_2}{T_2}=\dfrac{T_1}{T_2}-1=\dfrac{\sin2\alpha_1}{\sin2\alpha_2}-1=\sqrt{3}-1$.

2) Для элементарного процесса в процессе 1-2 $\Delta Q=\nu\dfrac{3}{2}R\Delta T+P\Delta V$.

Теплоемкость равна нулю при $\Delta Q=0$. Выразим ΔQ через α и ΔT.

$P\Delta V=P_0r\sin\alpha\cdot\Delta V=P_0r\sin\alpha\cdot\left(-V_0r\sin\alpha\cdot\Delta\alpha\right)$. Выразим $\Delta\alpha$ через ΔT. Так как $T=\dfrac{P_0V_0r^2\sin2\alpha}{2\nu R}$, то

$\Delta T=\dfrac{P_0V_0r^2}{2\nu R}\cos2\alpha\cdot2\Delta\alpha$. Тогда $P\Delta V=-\nu R\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos2\alpha}\cdot\Delta T$.

$\Delta Q=\nu R\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos2\alpha}\right)\Delta T=\nu R\dfrac{3\cos^2\alpha-5\sin^2\alpha}{2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)}\Delta T$. $\Delta Q=0$ при $3\cos^2\alpha-5\sin^2\alpha=0$. Отсюда

$\mathrm{tg}\alpha=\sqrt{\dfrac{3}{5}}$. Итак, теплоемкость равна нулю при $\mathrm{tg}\alpha_K=\sqrt{\dfrac{3}{5}}$.

3) Работа в процессе расширения 1-2 $A_{12}=\Sigma P\Delta V=P_0V_0S_{12}$. Здесь S_{12} - «площадь» под дугой 1-2. $S_{12}=S_{012}+S_{02C}-S_{01D}$.

$$S_{12}=\pi r^2\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2\pi}+\frac{1}{2}r\cos\alpha_2\cdot r\sin\alpha_2-\frac{1}{2}r\cos\alpha_1\cdot r\sin\alpha_1=\frac{1}{4}r^2\left[2\left(\alpha_1-\alpha_2\right)+\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right].$$

$$A_{12}=\frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[2\left(\alpha_1-\alpha_2\right)+\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right]=\frac{1}{8}P_0V_0r^2\left[\pi+1-\sqrt{3}\right].$$

Изменение внутренней энергии $U_2 - U_1 = \nu C_V\left(T_2 - T_1\right) = \frac{3}{4}P_0V_0r^2\left[\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1\right] = \frac{3}{8}P_0V_0r^2\left[1-\sqrt{3}\right]$.

Теплота подводится только на участке 1-К. $\eta = \frac{A}{Q_{1K}} = \frac{Q_{12}+0}{Q_{1K}} = \frac{U_2 - U_1 + A_{12}}{U_K - U_1 + A_{1K}}$.

$$U_K - U_1 = \nu C_V\left(T_K - T_1\right) = \frac{3}{4}P_0V_0r^2\left[\sin 2\alpha_K - \sin 2\alpha_1\right] = \frac{3}{16}P_0V_0r^2\left[\sqrt{15}-2\sqrt{3}\right].$$

$$A_{1K} = \frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[2\left(\alpha_1 - \alpha_K\right) + \sin 2\alpha_K - \sin 2\alpha_1\right] = \frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[\frac{2\pi}{3} - 2\,\mathrm{arc}\,tg\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right].$$

$$\eta = \frac{3\left(4-4\sqrt{3}+\pi\right)}{2\left[3\sqrt{15}-6\sqrt{3}+2\pi-6\,\mathrm{arc\,tg}\sqrt{3/5}\right]} \approx 0{,}09.$$

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-07
Часть 2

3. 1) До замыкания напряжение на C_2 равно $U_{02} = \frac{EC_1}{C_1+C_2} = \frac{1}{5}E$. $LI'_L = U_{02}$. Тогда $I'_L = \frac{U_{02}}{L} = \frac{1}{5}\frac{E}{L}$.

2) После замыкания в установившемся режиме ток через катушку не идет, C_2 не заряжен. Работа источника $A = Q + \Delta W_C$. $A = E\left(C_1E - \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E\right) = \frac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Изменение энергии конденсаторов $\Delta W_C = \frac{1}{2}C_1E^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Отсюда $Q = \frac{1}{2}\cdot\frac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2 = \frac{1}{10}CE^2$.

3) Пусть в некоторый момент после замыкания заряд левой обкладки у C_1 равен q_1, а заряд левой обкладки у C_2 равен q_2. Тогда $E - \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = 0$. За малое время Δt будет $\Delta\left(E - \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}\right) = 0$. $-\frac{\Delta q_1}{\Delta t C_1} + \frac{\Delta q_2}{\Delta t C_2} = 0$. $-\frac{I_1}{C_1} + \frac{I_2}{C_2} = 0$. $\frac{I_1}{C_1} = \frac{I_2}{C_2}$. У нас $\frac{I_1}{C} = \frac{I_2}{4C}, I_1 = I_0, I_2 = 4I_0$. Ток в резисторе $I = I_1 + I_2 = 5I_0$.

4. 1) ЭДС в рамке $E = BV_0d$, ток $I_0 = \frac{BV_0d}{R}$, сила $F_0 = BI_0d = \frac{B^2V_0d^2}{R}$, ускорение $a_0 = \frac{F_0}{m} = \frac{B^2V_0d^2}{mR}$.

2) В некоторый момент при движении правой стороны в поле $m\frac{\Delta V}{\Delta t} = -BId = -B\frac{BVd}{R}d$. Здесь V - скорость, ΔV - изменение скорости за малое время Δt. Отсюда $m\Delta V = -\frac{B^2d^2}{R}V\Delta t = -\frac{B^2d^2}{R}\Delta S$. Здесь ΔS - путь за Δt. Суммируем за время нахождения правой стороны в поле: $m\left(V_1 - V_0\right) = -\frac{B^2d^2}{R}H$.

Окончательно $V_1 = V_0 - \frac{B^2d^3}{5mR}$.

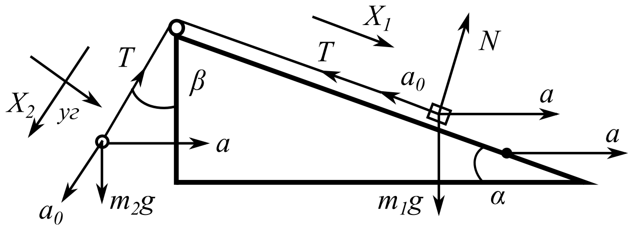
3) Когда левая и правая стороны рамки вне поля, скорость постоянна. После вхождения левой стороны в поле идет торможение аналогичное торможению правой стороны в поле: $m\left(V_2 - V_1\right) = -\frac{B^2d^2}{R}H$. В итоге $V_2 = V_0 - \frac{2B^2d^2}{mR}H$, $V_2 = V_0 - \frac{2B^2d^3}{5mR}$.

5. 1) Обозначим $d_0 = 25$ см. $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{-x} = D_1$, $\frac{1}{d_0} + \frac{1}{-x} = D_2$, $\frac{D_1}{D_2} = 3$. Отсюда x = 1/6 м $\approx$ 17 см, для рассматривания удаленных предметов D_1= -6 дптр.

2) Обозначим d_K = 50 см =0,5 м. $\frac{1}{d_K} + \frac{1}{-x} = D_3$. Для работы на компьютере D_3= -4 дптр.

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-08
Часть 1

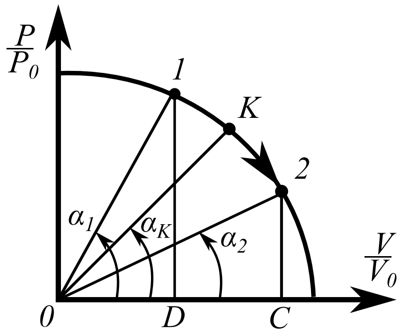
1. Заметим, что $\sin\alpha=\frac{4}{5}, \sin\beta=\frac{12}{13}$. Пусть a – ускорение клина, a_0 – ускорение бруска и шарика относительно клина, T – сила натяжения нити, N – сила давления клина на брусок, $m_1=5m$, $m_2=m$ (см. рис.).



1) Ускорение шарика равно сумме переносного a и его относительного a_0 ускорений. Аналогично для бруска. Уравнение движения для шарика в проекциях на ось y_2: $mg\sin\beta=ma\cos\beta$. Отсюда $a=g\,\mathrm{tg}\beta=\frac{12}{5}g$.

2) Уравнения движения для бруска в проекциях на ось x_1 и для шарика в проекциях на ось x_2: $5mg\sin\alpha-T=5m(-a_0+a\cos\alpha)$, $mg\cos\beta-T=m(a_0-a\sin\beta)$. Отсюда с учетом выражения для a находим $a_0=\frac{g\left[1+5(\sin\beta\cos\alpha-\cos\beta\sin\alpha)\right]}{6\cos\beta}=\frac{29}{30}g$. **3)** Для шарика относительно стола в проекциях на вертикальную ось $H=\frac{1}{2}(a_0\cos\beta+0)t^2$. Отсюда $t=\sqrt{\frac{2H}{a_0\cos\beta}}=\sqrt{\frac{156H}{29g}}$. Время можно найти и в системе отсчета, связанной с клином.

2. 1) Пусть радиус, проведенный в произвольную точку процесса 1-2, составляет угол α с горизонтальной осью. Найдем связь температуры в этой точке с углом α. Обозначим через r радиус дуги окружности. Тогда



$PV=\nu RT$, $\frac{P}{P_0}=r\sin\alpha$, $\frac{V}{V_0}=r\cos\alpha$. Отсюда $T=\frac{P_0V_0r^2\sin2\alpha}{2\nu R}$. У нас $\alpha_1=67{,}5^0, \alpha_2=15^0$. $x=\frac{T_1-T_2}{T_2}=\frac{T_1}{T_2}-1=\frac{\sin2\alpha_1}{\sin2\alpha_2}-1=\sqrt{2}-1$.

2) Для элементарного процесса в процессе 1-2 $\Delta Q=\nu\frac{5}{2}R\Delta T+P\Delta V$. Теплоемкость равна нулю при $\Delta Q=0$.

Выразим ΔQ через α и ΔT. $P\Delta V=P_0r\sin\alpha\cdot\Delta V=P_0r\sin\alpha\cdot(-V_0r\sin\alpha\cdot\Delta\alpha)$. Выразим $\Delta\alpha$ через ΔT.

Так как $T=\frac{P_0V_0r^2\sin2\alpha}{2\nu R}$, то $\Delta T=\frac{P_0V_0r^2}{2\nu R}\cos2\alpha\cdot2\Delta\alpha$. Тогда $P\Delta V=-\nu R\frac{\sin^2\alpha}{\cos2\alpha}\cdot\Delta T$.

$\Delta Q=\nu R\left(\frac{5}{2}-\frac{\sin^2\alpha}{\cos2\alpha}\right)\Delta T=\nu R\frac{5\cos^2\alpha-7\sin^2\alpha}{2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)}\Delta T$. $\Delta Q=0$ при $5\cos^2\alpha-7\sin^2\alpha=0$. Отсюда

$\mathrm{tg}\alpha=\sqrt{\frac{5}{7}}$. Итак, теплоемкость равна нулю при $\mathrm{tg}\alpha_K=\sqrt{\frac{5}{7}}$.

3) Работа в процессе расширения 1-2 $A_{12}=\Sigma P\Delta V=P_0V_0S_{12}$. Здесь S_{12} - «площадь» под дугой 1-2. $S_{12}=S_{012}+S_{02C}-S_{01D}$.

$$S_{12}=\pi r^2\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2\pi}+\frac{1}{2}r\cos\alpha_2\cdot r\sin\alpha_2-\frac{1}{2}r\cos\alpha_1\cdot r\sin\alpha_1=\frac{1}{4}r^2\left[2(\alpha_1-\alpha_2)+\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right].$$

$$A_{12}=\frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[2(\alpha_1-\alpha_2)+\sin2\alpha_2-\sin2\alpha_1\right]=\frac{1}{8}P_0V_0r^2\left[\frac{7}{6}\pi+1-\sqrt{2}\right].$$

Изменение внутренней энергии $U_2-U_1=\nu C_V\left(T_2-T_1\right)=\frac{5}{4}P_0V_0r^2\left[\sin 2\alpha_2-\sin 2\alpha_1\right]=\frac{5}{8}P_0V_0r^2\left[1-\sqrt{2}\right]$.

Теплота подводится только на участке 1-К. $\eta=\frac{A}{Q_{1K}}=\frac{Q_{12}+0}{Q_{1K}}=\frac{U_2-U_1+A_{12}}{U_K-U_1+A_{1K}}$.

$U_K-U_1=\nu C_V\left(T_K-T_1\right)=\frac{5}{4}P_0V_0r^2\left[\sin 2\alpha_K-\sin 2\alpha_1\right]$. $A_{1K}=\frac{1}{4}P_0V_0r^2\left[2\left(\alpha_1-\alpha_K\right)+\sin 2\alpha_K-\sin 2\alpha_1\right]$.

$$\eta=\frac{7\pi-36\left(\sqrt{2}-1\right)}{3\left[4\sqrt{35}-12\sqrt{2}+3\pi-8\operatorname{arc\,tg}\sqrt{5/7}\right]}\approx 0,22 .$$

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант 11-08
Часть 2

3. 1) До замыкания напряжение на C_2 равно $U_{02}=\frac{EC_1}{C_1+C_2}=\frac{1}{6}E$. $LI_L'=U_{02}$. Тогда $I_L'=\frac{U_{02}}{L}=\frac{1}{6}\frac{E}{L}$.

2) После замыкания в установившемся режиме ток через катушку не идет, C_2 не заряжен. Работа источника $A=Q+\Delta W_C$. $A=E\left(C_1E-\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E\right)=\frac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Изменение энергии конденсаторов $\Delta W_C=\frac{1}{2}C_1E^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2$. Отсюда $Q=\frac{1}{2}\cdot\frac{C_1^2}{C_1+C_2}E^2=\frac{1}{12}CE^2$.

3) Пусть в некоторый момент после замыкания заряд левой обкладки у C_1 равен q_1, а заряд левой обкладки у C_2 равен q_2. Тогда $E-\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}=0$. За малое время Δt будет $\Delta\left(E-\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}\right)=0$.

$-\frac{\Delta q_1}{\Delta tC_1}+\frac{\Delta q_2}{\Delta tC_2}=0$. $-\frac{I_1}{C_1}+\frac{I_2}{C_2}=0$. $\frac{I_1}{C_1}=\frac{I_2}{C_2}$. У нас $\frac{I_1}{C}=\frac{I_2}{5C}, I_2=I_0, I_1=\frac{1}{5}I_0$. Ток в резисторе $I=I_1+I_2=\frac{6}{5}I_0$. Напряжение на резисторе $U_R=\frac{6}{5}I_0R$.

4. 1) ЭДС в рамке $E=BV_0d$, ток $I_0=\frac{BV_0d}{R}$, сила $F_0=BI_0d=\frac{B^2V_0d^2}{R}$, ускорение $a_0=\frac{F_0}{m}=\frac{B^2V_0d^2}{mR}$.

2) Рамка тормозится пока правая сторона в поле, а левая вне поля. Когда вся рамка движется в поле, ее скорость постоянна. При торможении $m\frac{\Delta V}{\Delta t}=-BId=-B\frac{BVd}{R}d$. Здесь V -скорость, ΔV - изменение скорости за малое время Δt. Отсюда $m\Delta V=-\frac{B^2d^2}{R}V\Delta t=-\frac{B^2d^2}{R}\Delta S$. Здесь ΔS - путь за Δt.

Суммируем за время торможения: $m\left(V_1-V_0\right)=-\frac{B^2d^2}{R}b$. Окончательно $V_1=V_0-\frac{2B^2d^3}{3mR}$.

3) После выхода из поля правой стороны левая будет тормозиться так же, как и правая, когда находилась в поле: $m\left(V_2-V_1\right)=-\frac{B^2d^2}{R}b$. В итоге $V_2=V_0-\frac{2B^2d^2}{mR}b$, $V_2=V_0-\frac{4B^2d^3}{3mR}$.

5. 1) Обозначим $d_0=25$ см. $\frac{1}{\infty}+\frac{1}{-x}=D_1$, $\frac{1}{d_0}+\frac{1}{-x}=D_2$, $\frac{D_1}{D_2}=5$. Отсюда x = 1/5 м = 20 см, для рассматривания удаленных предметов D_1= -5 дптр.

2) Обозначим d_K = 50 см =0,5 м. $\frac{1}{d_K}+\frac{1}{-x}=D_3$. Для работы на компьютере D_3= -3 дптр.